INSTITUTO TECNOLÓGICO DE VERACRUZ

Mecanismos

Docente:
Dr. José Antonio Garrido Natarén

Análisis de velocidad de mecanismos planos por métodos gráficos y analíticos

Equipo:
Gauss Jordan

Integrantes:
Angulo Sosa Fermín
Contreras Martínez David Isaí
Gamboa Barradas César Iván
Santos Saldaña Ángel Javier
Silva Romero Erwin Omar
Vázquez Hernández Maximiliano

H. Veracruz, Ver. 2 de Octubre de 2014

INTRODUCCION

A lo largo de la historia el hombre ha tratado de descubrir e imitar los fenómenos físicos y naturales del medio a través de expresiones matemáticas aplicándolas a objetos estáticos o con movimiento. Estas expresiones han resultado muy aproximadas e inclusive exactas al grado en confiar plenamente en ellas. Sin embargo nunca se asemejara al 100% de como lo es en realidad.

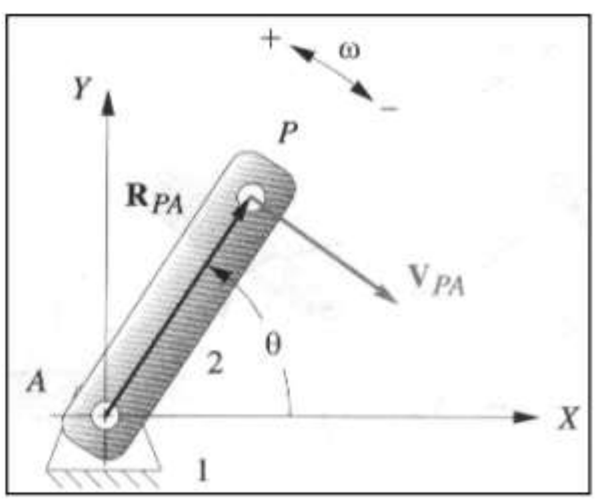
Cuando se analiza el movimiento de un objeto sin considerar las causas que lo originan se está hablando de la cinemática. Para ello se utilizan variables de importancia como la posición, velocidad y aceleración. Después de que se analiza la posición de los eslabones es posible determinar las velocidades de todos los eslabonamientos y puntos de interés en el mecanismo. Es importante conocer todas las velocidades en el mecanismo o máquina, para después calcular las aceleraciones de los eslabones que se requieren para calcular la fuerza dinámica. A continuación se presentan los conceptos y pasos necesarios para realizar el análisis de velocidad del mecanismo.

ANALISIS DE VELOCIDAD

La **velocidad** se define como la tasa de cambio de posición con respecto al tiempo. La posición (**R**) es una cantidad vectorial, como lo es la velocidad. La velocidad puede ser **angular** o **lineal.** La **velocidad angular** se denota como ω y la **velocidad lineal** como **V.**

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad\qquad V = \frac{d\boldsymbol{R}}{dt}$$

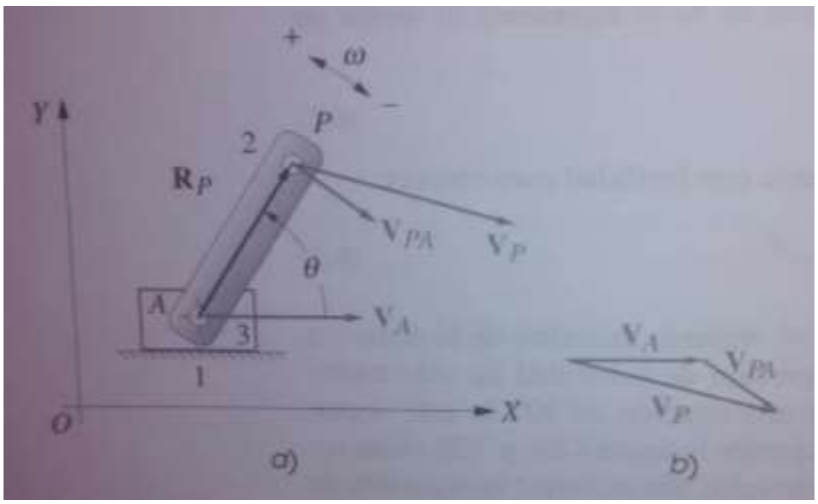
La velocidad está siempre en una dirección perpendicular al radio de rotación y tangente a la trayectoria del movimiento, como se muestra en la figura.



La velocidad $\mathbf{V}_{PA}$ en la figura puede designarse como **velocidad absoluta**, puesto que está referida en A, el cual es el origen de los ejes de coordenadas globales en ese sistema. También es posible referirse a él como $\mathbf{V}_{P}$.

La siguiente figura (a) muestra un sistema diferente y un poco más complicado en el que el pivote A ya no está inmóvil. Tiene una velocidad lineal conocida $\mathbf{V}_A$ como parte del carro trasladante, el eslabón 3. Si ω no cambia, la velocidad del punto contra A será la misma que antes, pero $\mathbf{V}_{PA}$ ya no puede considerarse como velocidad absoluta. Ahora es una **diferencia de velocidad** y debe llevar un segundo subíndice como $\mathbf{V}_{PA}$. La velocidad absoluta $\mathbf{V}_P$ ahora debe encontrarse con la **ecuación de diferencia de velocidad** cuya solución grafica se muestra en la figura (b).

$$\mathbf{V}_P = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{PA}$$



La ecuación anterior representa la velocidad absoluta V_P de algún punto P general referido al origen del sistema de coordenadas global. El segundo miembro se define como la suma de la velocidad absoluta V_A de algún otro punto de referencia A en el mismo sistema y la diferencia de velocidad (o velocidad relativa) V_{PA} del punto P con respecto al punto A. Esta ecuación también se puede escribir como:

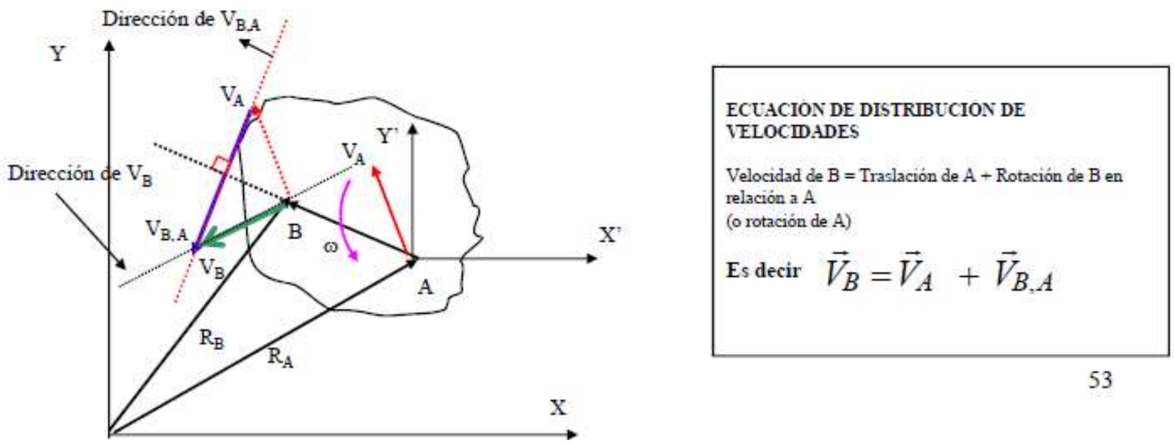
Velocidad = componente de traslación + componente de rotación

ANALISIS GRAFICO DE LA VELOCIDAD

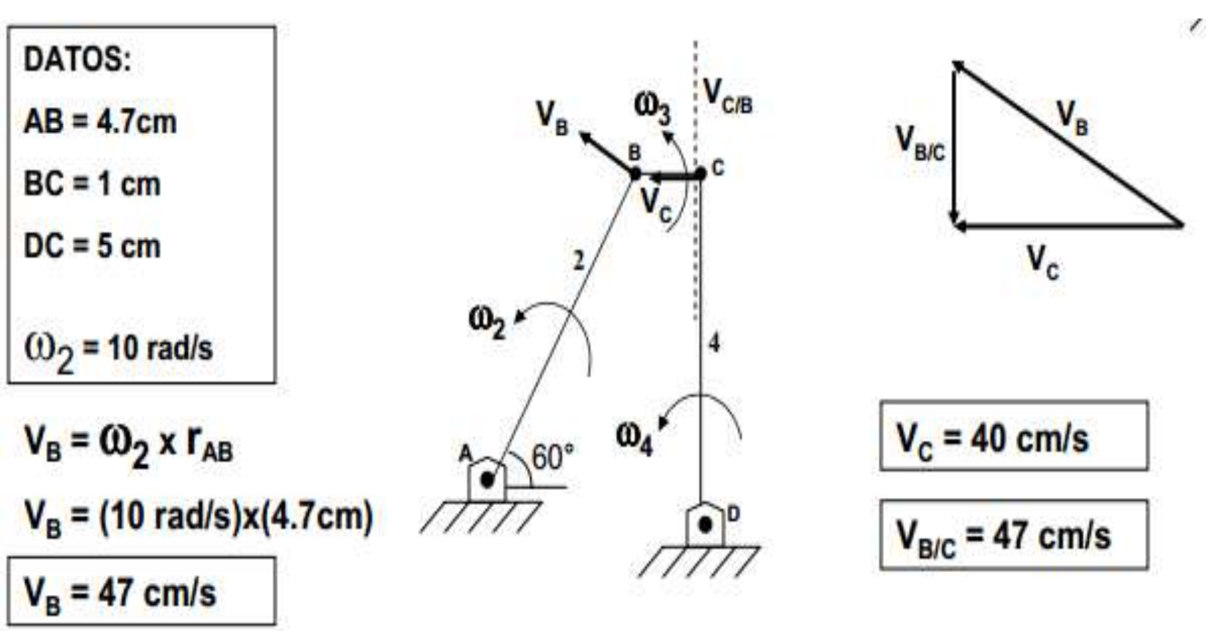
Antes de que las calculadoras programables y las computadoras estuvieran universalmente disponibles para los ingenieros, los métodos gráficos eran el único modo práctico de resolver estos problemas de análisis de velocidad pero es un proceso tedioso si se tienen que encontrar las velocidades para muchas posiciones, porque cada posición requiere un nuevo diagrama vectorial. No obstante, este método sigue teniendo más que valor histórico ya que permite una comprobación rápida de una solución de computadora. Para resolver por este método es necesario conocer las longitudes de todos los eslabones, las posiciones angulares de todos los eslabones y la velocidad de entrada instantánea de cualquier eslabón o punto motriz.

Trazado gráfico de la Ecuación de Distribución de Velocidades. Supongamos como datos V_A y dirección de $V_{B,}$ se puede calcular V_B y $V_{BA.}$

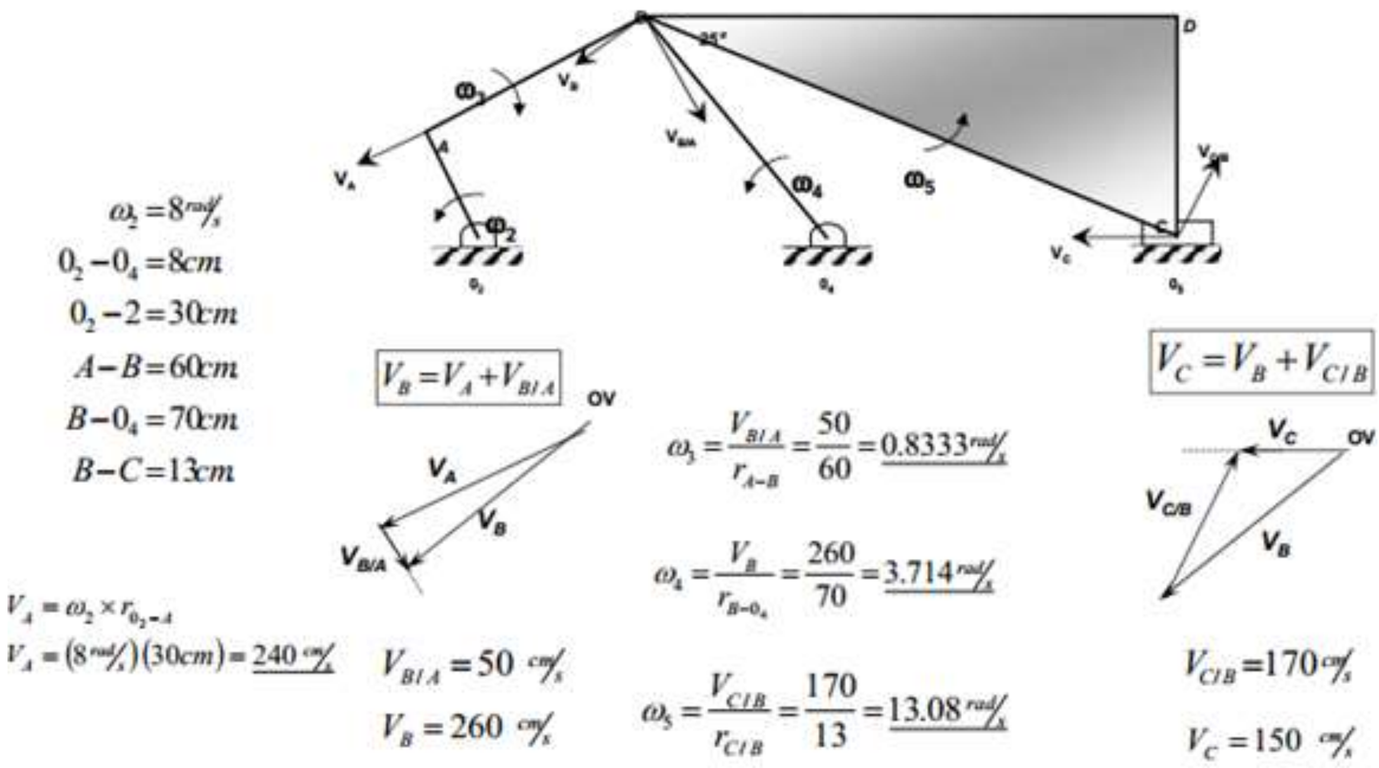
1. Trazar vector V_A a escala y que pase por A.
2. Trasladar V_A al punto B.
3. Trazar la dirección de $V_{BA,}$ (es una línea perpendicular a AB) y que pasa por $V_{A.}$
4. Trazar la dirección de $V_{B,}$ pasando por el punto B.
5. Donde se interceptan las rectas trazadas en los paso 3 y 4, encontramos V_{BA} y $V_{B.}$



A continuación se presentan un ejemplo de mecanismo de 4 barras analizando su velocidad por el método del polígono



A continuación se presentan uno ejemplo de mecanismos de 6 barras analizando su velocidad por el método del polígono



CENTRO INSTANTANEO DE VELOCIDAD

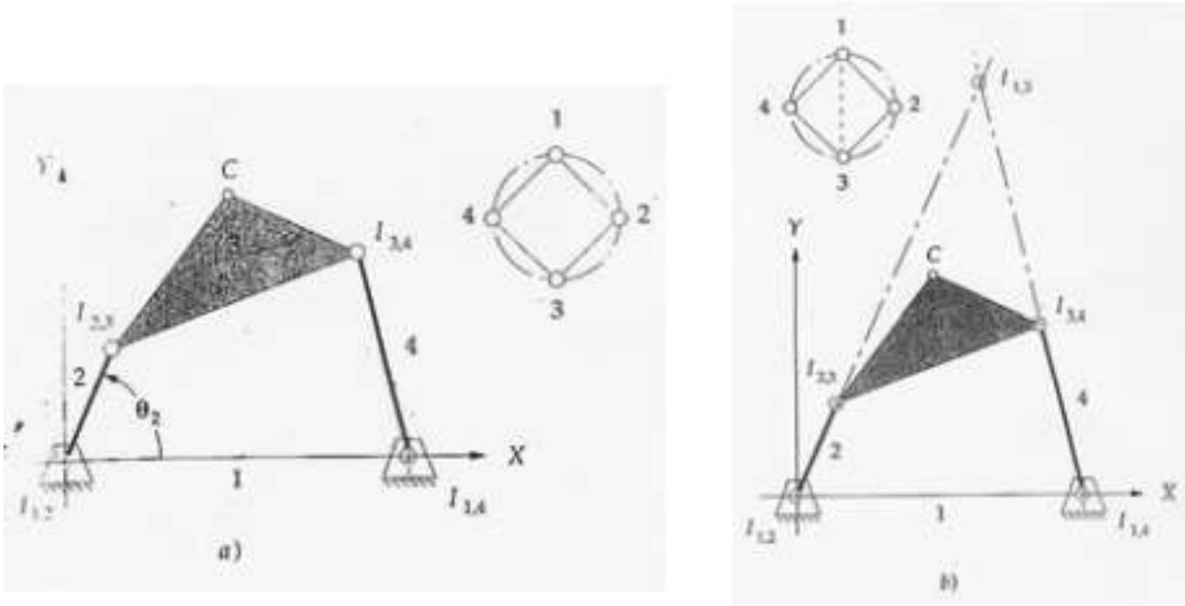
Un centro instantáneo de velocidad es un punto, común a dos cuerpos en movimiento plano, cuyo punto tiene la misma velocidad instantánea en cada cuerpo. Los centros instantáneos, algunas veces se denominan “centros o polos”. Debido a que se requieren dos cuerpos o eslabones para crear un centro instantáneo (CI), se puede predecir fácilmente la cantidad de centros instantáneos que se esperan de un conjunto de eslabones. La fórmula de la combinación para “n” objetos tomados “r” en cada vez

$$C = \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\ldots(n-r+1)}{r!}$$

Para nuestro caso r = 2 y se reduce a:

$$C = \frac{n\,(n-1)}{2}$$

De la ecuación anterior se puede concluir que un eslabonamiento de 4 barras (n = 4) tiene 6 centros instantáneos, uno de 6 barras (n = 6) tiene 15, y uno de 8 barras (n = 8) tiene 28.

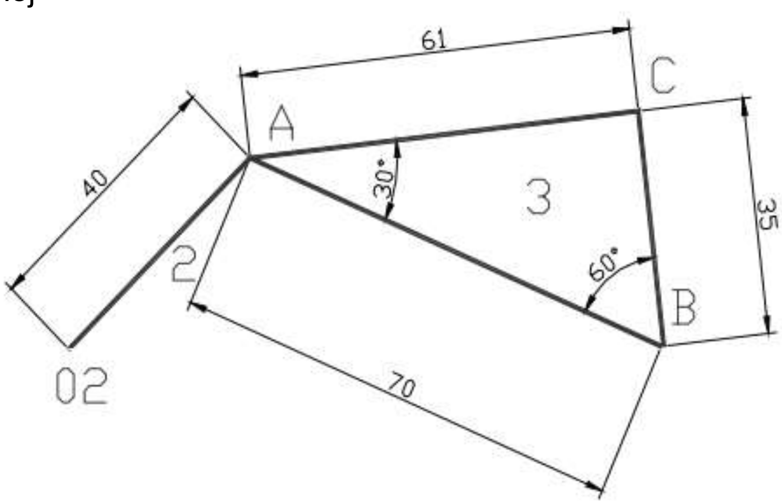


Una vez encontrados los CI, pueden ser utilizados para hacer un muy rápido análisis gráfico de velocidad del eslabonamiento. Según la posición particular del eslabonamiento que se analiza, algunos de los CI pueden estar muy distantes de los eslabones. Por la definición de centro instantáneo, ambos eslabones que comparten el mismo centro instantáneo, tendrán una velocidad idéntica en su punto.

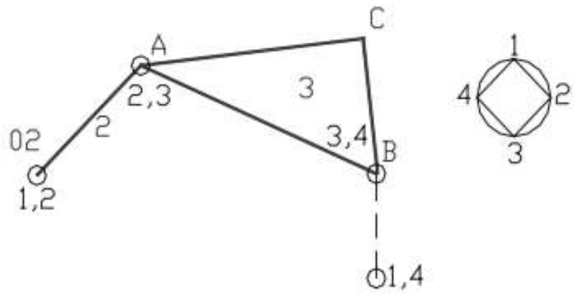
La relación de la velocidad angular VR se define como la velocidad angular de salida dividida entre la velocidad angular de entrada. Para un mecanismo de cuatro barras esta se expresa como:

$$VR = \frac{\omega_4}{\omega_2}$$

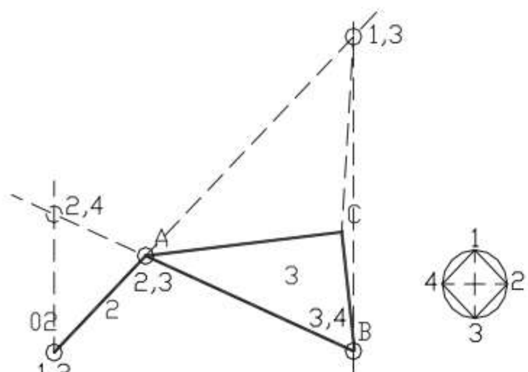
Ejemplo de análisis por el método de CI (centros instantáneos). Dado el siguiente mecanismo, encuentre la velocidad en B y C. Considere ω2 = 1 rad/s en contra de las manecillas del reloj



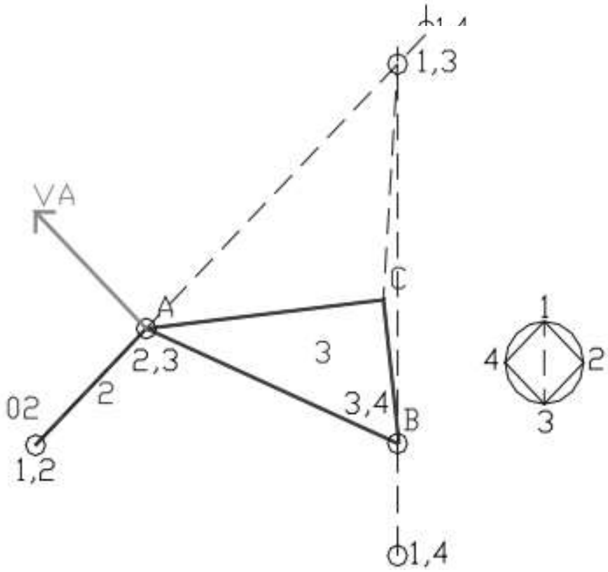
- Primero encontramos los centros instantáneos permanentes. O12, O23, O34, O14.



- Luego encontramos los centros instantáneos que faltan O13 y O24.



- Ahora obtenemos VA de acuerdo con: VA = ω2 x r02-A

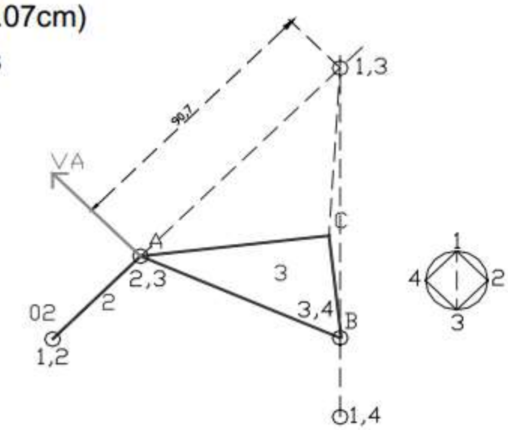


- Después encontramos de la siguiente manera ω3 :

$\omega_3 = V_A / \mathbf{r}_{A\text{-}I1,3}$

$\omega_3 = (4 \text{ cm/s})/(9.07\text{cm})$

$\omega_3 = 0.441 \text{ rad/s}$

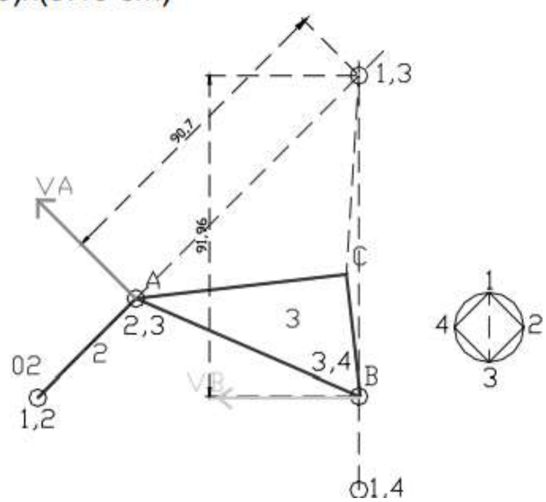


- Una vez conocida ω3 se encuentra VB como a continuación se describe:

$V_B = \omega_3 \times \mathbf{r}_{A\text{-}I1,3}$

$V_B = (0.441 \text{ rad/s})x(9.19 \text{ cm})$

$V_B = 4.05 \text{ cm/s}$

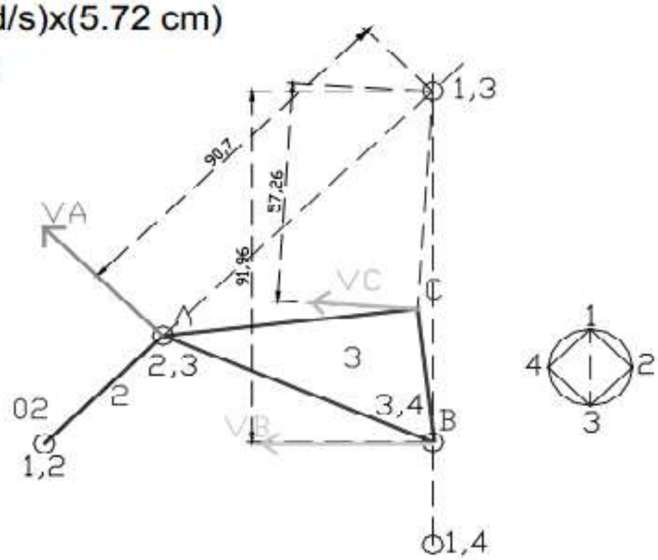


- Finalmente podemos determinar o cualquier punto en el acoplador como sigue:

$V_C = \omega_3 \times \mathbf{r}_{C\text{-}I1,3}$

$V_C = (0.441 \text{ rad/s})x(5.72 \text{ cm})$

$V_C = 2.52 \text{ cm/s}$



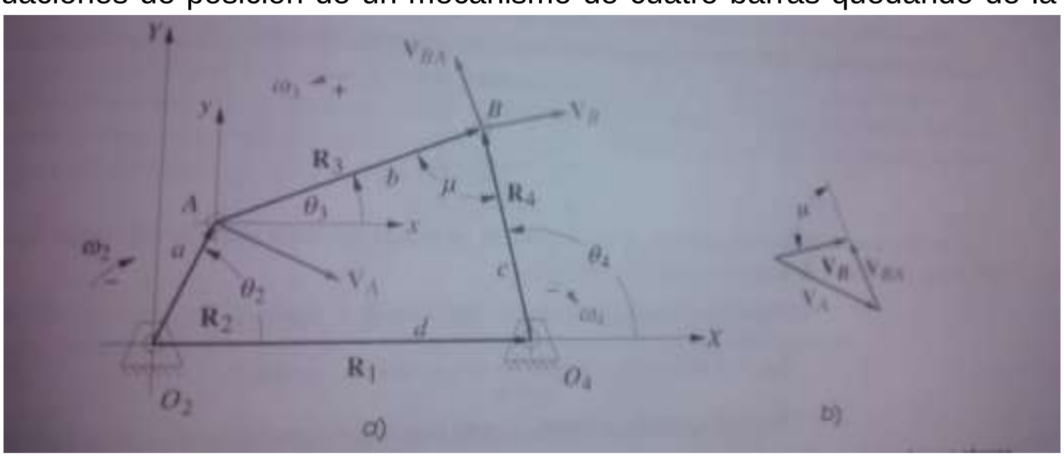
ANALISIS ANALITICO DE LA VELOCIDAD

Hasta ahora, hemos visto un método que nos permite conocer la posición, velocidad y aceleración de salida en función de un ángulo, velocidad y aceleración de entrada, pero para posiciones fijas y determinadas. Ahora bien cuando se necesita un estudio continuo de mecanismo durante un ciclo completo, es necesario recurrir a los llamados métodos analíticos, mediante los cuales podemos obtener los diagramas o cinemas de posición, velocidad y aceleración de salida, en función de estos mismos parámetros en la entrada. Es razonable pensar que estos métodos apoyados mediante programas de ordenador, nos faciliten enormemente la solución de las complejas ecuaciones que se necesitan resolver.

Cuando se requieren en el método de análisis de velocidad más precisión o análisis repetidos (de un gran número de posiciones del mismo mecanismo o de varios mecanismos diferentes), debe usarse el método analítico equivalente o un paquete de análisis generalizado.

Mecanismo de cuatro barras

Para lograr obtener una formula directa se tiene que realizar una serie de derivaciones de las ecuaciones de posición de un mecanismo de cuatro barras quedando de la siguiente



manera.

$$\omega_3 = \frac{a\omega_2}{b}\frac{\operatorname{sen}(\theta_4-\theta_2)}{\operatorname{sen}(\theta_3-\theta_4)}$$

$$\omega_4 = \frac{a\omega_2}{c}\frac{\operatorname{sen}(\theta_2-\theta_3)}{\operatorname{sen}(\theta_4-\theta_3)}$$

$$\mathbf{V}_A = ja\omega_2(\cos\theta_2 + j\operatorname{sen}\theta_2) = a\omega_2(-\operatorname{sen}\theta_2 + j\cos\theta_2)$$

$$\mathbf{V}_{BA} = jb\omega_3(\cos\theta_3 + j\operatorname{sen}\theta_3) = b\omega_3(-\operatorname{sen}\theta_3 + j\cos\theta_3)$$

$$\mathbf{V}_B = jc\omega_4(\cos\theta_4 + j\operatorname{sen}\theta_4) = c\omega_4(-\operatorname{sen}\theta_4 + j\cos\theta_4)$$

Ejemplo: Análisis de velocidad de un mecanismo de cuatro barras mediante el método del lazo vectorial.

Dado un mecanismo de cuatro barras L_1 = d = 100 mm, L_2 = a = 40 mm,L_3 = b = 120 mm, L_4 = c = 80 mm, θ_2 = 40° y $\omega 2 = 25\frac{rad}{s}$, encuentre los valores de $\omega 3, \omega 4,$ $V_{A,}$ $V_{BA,}$ y V_B en el circuito abierto del mecanismo.

1. Los ángulos del eslabón para el circuito abierto de este mecanismo son θ_3 = 20.298° y θ_4 = 57.325°.
2. Con estos angulos y las ecuaciones para $\omega 3$ y $\omega 4$ en el circuito abierto.

$$\omega_3 = \frac{a\omega_2}{b}\frac{\operatorname{sen}(\theta_4-\theta_2)}{\operatorname{sen}(\theta_3-\theta_4)} = \frac{40(25)}{120}\frac{\operatorname{sen}(57.325^\circ-40^\circ)}{\operatorname{sen}(20.298^\circ-57.325^\circ)} = -4.121 \text{ rad/s}$$

$$\omega_4 = \frac{a\omega_2}{c}\frac{\operatorname{sen}(\theta_2-\theta_3)}{\operatorname{sen}(\theta_4-\theta_3)} = \frac{40(25)}{80}\frac{\operatorname{sen}(40^\circ-20.298^\circ)}{\operatorname{sen}(57.325^\circ-20.298^\circ)} = 6.998 \text{ rad/s} \qquad (a)$$

3. Con las velocidades angulares y las ecuaciones de **$V_{A,}$** **$V_{B,}$** **$V_{BA,}$** encuentre las velocidades lineales de los puntos A y B.

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_A &= a\omega_2(-\operatorname{sen}\theta_2 + j\cos\theta_2)\\ &= 40(25)(-\operatorname{sen}40^\circ + j\cos 40^\circ) = -642.79 + j766.04\end{aligned}$$

$$\mathbf{V}_{A_x} = -642.79; \quad \mathbf{V}_{A_y} = 766.04; \quad \mathbf{V}_{A_{mag}} = 1000 \text{ mm/s}; \qquad \mathbf{V}_{A_{ang}} = 130^\circ \qquad (b)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_{BA} &= b\omega_3(-\operatorname{sen}\theta_3 + j\cos\theta_3)\\ &= 120(-4.121)(-\operatorname{sen}20.298^\circ + j20.298^\circ) = 171.55 - j463.80\end{aligned}$$

$$\mathbf{V}_{BA_x} = 171.55; \quad \mathbf{V}_{BA_y} = -463.80; \quad \mathbf{V}_{BA_{mag}} = 494.51 \text{ mm/s}; \qquad \mathbf{V}_{BA_{ang}} = -69.70^\circ \qquad (c)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_B &= c\omega_4(-\operatorname{sen}\theta_4 + j\cos\theta_4)\\ &= 80(6.998)(-\operatorname{sen}57.325 + j\cos 57.325) = -471.242 + j302.243\end{aligned}$$

$$\mathbf{V}_{B_x} = -471.242; \quad \mathbf{V}_{B_y} = 302.243; \quad \mathbf{V}_{B_{mag}} = 599.84 \text{ mm/s}; \qquad \mathbf{V}_{B_{ang}} = 147.33^\circ \qquad (d)$$

BIBLIOGRAFIA

Fuentes electrónicas:

- http://www.uhu.es/rafael.sanchez/ingenieriamaquinas/carpetaapuntes.htm/Apuntes%20Tema%202.pdf
- http://www.fime.uanl.mx/Homepage%20DSM_/APUNTES%20DINAMICA/CINEMATICA%20DE%20MECANISMOS,%20VELOCIDADES.pdf
- http://www.uhu.es/rafael.sanchez/ingenieriamaquinas/carpetaapuntes.htm/Apuntes%20Tema%202.pdf

Referencias:

Robert L. Norton, “Diseño de Maquinaria”, 5ª Ed., McGraw Hill, México, 2013